

Forme canonique d'une fonction polynôme de degré 2

Josselin Fatah-Roux

Titulaire d'un Master Physique Sciences de l'Ingénieur

<https://ovnie.com/cv/reports/index.html>

vufic@outlook.com

16 mai 2020

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + bx + c \Leftrightarrow y = a\left(x^2 + \frac{bx}{a}\right) + c \\ \Leftrightarrow y &= a\left(x^2 + \frac{bx}{a} + \underbrace{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}}_{\text{somme égale à 0}}\right) + c \Leftrightarrow y = a\left(\underbrace{x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2}}_{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}\right) - \frac{b^2}{4a} + c \\ \Leftrightarrow y &= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c \Leftrightarrow y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}\end{aligned}$$

Pour $y=0$:

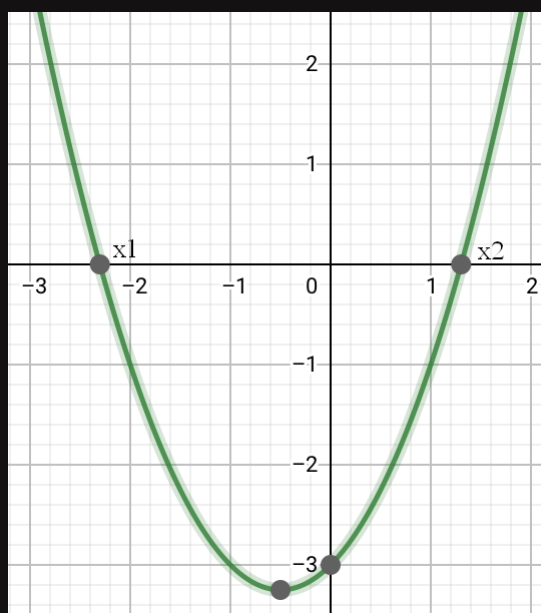


FIGURE 1 – Fonction polynôme de la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ [GeoGebra]

$$\begin{aligned}0 &= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} \Leftrightarrow a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a} \\ \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{\sqrt{4a^2}} \\ \Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} &= \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\end{aligned}$$

$$\text{Soit } \boxed{x1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}} \text{ et } \boxed{x2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$